

Задача А. Арифметика на доске

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Евгения написала на доске n положительных целых чисел. Алексей может стирать любые два числа x и y , заменяя их либо на $x + y$, либо на $x \cdot y$, либо на $|x - y|$. Замены Алексей производит до тех пор, пока не останется одно число. Какое минимальное число может получиться у Алексея?

Формат входных данных

В первой строке ввода задано целое число n ($1 \leq n \leq 100\,000$). Во второй строке заданы через пробел n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n , которые Евгения изначально написала на доске ($1 \leq a_i \leq 30$).

Формат выходных данных

В первой строке выведите минимальное число, которое может получиться у Алексея.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 1 2	1
3 1 2 3	0
4 16 2 3 4	2

Пояснения к примерам

В первом примере можно заменить 1 и 2 на $|2 - 1| = 1$.

Во втором примере можно сначала заменить 1 и 2 на $1 + 2 = 3$, а затем получить $|3 - 3| = 0$.

В третьем примере двойку можно получить, например, так: $2 + 4 = 6$, $3 \cdot 6 = 18$ и $|16 - 18| = 2$.

Задача В. Законы

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

В Тридесятom государстве живут двое: крестьянка Алёнушка и царь Иванушка. Алёнушка работает на ферме, Иванушка принимает законы.

У Алёнушки есть x монет. Каждый день Алёнушка получает из казны ещё одну монету за свою работу. Количество монет в казне можно считать бесконечным.

Если количество монет у Алёнушки делится на два, Иванушка может принять очередной закон о крестьянах, и у Алёнушки останется только половина монет — другая половина сразу же уйдёт в казну. Если количество монет у Алёнушки делится на три, Иванушка может принять очередной закон о фермах, и у Алёнушки останется только треть монет — другие две трети сразу же уйдут в казну. Иванушка может принимать новые законы в любой момент, в любом порядке, и делать это сколько угодно раз.

Сегодня Иванушка осерчал на Алёнушку. Теперь он хочет, чтобы у Алёнушки осталась всего одна монета. За какое минимальное количество дней он может этого добиться?

Формат входных данных

В первой строке задано целое число x — исходное число монет у Алёнушки ($1 \leq x \leq 10^9$).

Формат выходных данных

В первой строке выведите t — минимальное количество дней, которое требуется Иванушке, чтобы оставить Алёнушке всего одну монету. Во второй строке выведите последовательность целых чисел — любую последовательность событий, которая занимает t дней и превращает число монет x в 1. Последовательность должна начинаться числом x и заканчиваться числом 1. Для любых двух последовательных чисел u и v в ней должно быть верно $v = u + 1$ (прошёл день), $v = u/2$ (принят закон о крестьянах) или $v = u/3$ (принят закон о фермах).

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
11	1 11 12 6 2 1
100	2 100 50 25 26 27 9 3 1
1	0 1

Задача С. Созвездия простых чисел

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Научно-исследовательский институт простых чисел (НИИПЧ) задал Васе очередную задачу: для K заданных чётных положительных чисел a_i найти N наименьших простых чисел p_j таких, что для всех $i : 1 \leq i \leq K$ число $p_j + a_i$ также является простым.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа K ($1 \leq K \leq 15$) и N ($1 \leq N \leq 100$), разделённых пробелом.

Следующие K строк содержат по одному целому числу a_i ($2 \leq a_i \leq 30$, все a_i чётны). Числа a_i заданы в порядке возрастания ($a_{i-1} < a_i$ для всех $1 < i \leq K$).

Формат выходных данных

Выведите N строк. Каждая строка j должна содержать одно целое число p_j . Найденные простые числа разрешается вывести в любом порядке. Гарантируется, что есть хотя бы одно решение такое, что все $p_j < 2^{31} - a_K$.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 5 2	3 5 11 17 29
2 1 2 4	3

Задача D. Перестановки

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: **5 секунд**
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Перестановкой p порядка n называется последовательность чисел p_1, p_2, \dots, p_n , в которой каждое целое число от 1 до n встречается ровно один раз.

Произведением $p \cdot q$ перестановок p и q порядка n называется перестановка r порядка n такая, что $r_i = p_{q_i}$. Отметим, что $p \cdot q$ не всегда равно $q \cdot p$.

Даны две перестановки p и q порядка n . Определим множество F перестановок следующим образом:

- Тожественная перестановка $e = 1\ 2\ \dots\ n \in F$
- $r \in F \Rightarrow p \cdot r \in F$
- $r \in F \Rightarrow q \cdot r \in F$

Пусть $r \in F$. Определим *степень* r как минимальное число k такое, что $r = s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \cdot s_k$, где каждое s_i равно либо p , либо q .

Сколько элементов во множестве F и какова максимальная из степеней его элементов?

Формат входных данных

В первой строке задано целое число n ($1 \leq n \leq 10$). Во второй строке записаны n чисел p_1, p_2, \dots, p_n через пробел. В третьей строке записаны n чисел q_1, q_2, \dots, q_n через пробел. Гарантируется, что последовательности p и q являются перестановками порядка n .

Формат выходных данных

В первой строке выведите два числа через пробел — количество элементов множества F и максимальную из степеней его элементов.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 1 2 2 1	2 1
3 2 1 3 1 3 2	6 3

Задача Е. Расстановка точек

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Рассмотрим прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, и противоположными углами $(0, 0)$ и (w, h) . Сколько способов расставить внутри или на границе этого прямоугольника n точек с целыми координатами так, чтобы расстояния между парами различных точек были попарно различны? Две точки в расстановке не могут совпадать. Расстановки точек считаются различными, если в одной из них есть точка с координатами, которых не имеет ни одна из точек в другой расстановке.

Формат входных данных

В первой строке ввода записаны через пробел три целых числа w , h и n ($1 \leq w, h \leq 10$, $1 \leq n \leq 10$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — количество различных расстановок.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 1 2	6
2 1 3	8

Задача F. Степень и модуль

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Прежний владелец компьютера с Альфы Центавра тоже участвовал в олимпиадах! Во всяком случае, Аля нашла на компьютере быстрое решение задачи «посчитайте значение $a^b \bmod c$ », то есть остаток от деления числа « a в степени b » на число c . Сохранились также ответы для каких-то a , b и c , а вот сами исходные числа исчезли... Аля задумалась: какими же они могли быть? Среди всех возможных значений a , b и c она хочет найти те, сумма которых минимальна.

Итак, дано положительное целое число n . Представим его в виде $n = a^b \bmod c$, где a , b и c — положительные целые числа. Среди всех таких представлений найдите то, для которого сумма $a + b + c$ — минимально возможная.

Формат входных данных

В первой строке записано целое число n ($4 \leq n \leq 10\,000$).

Формат выходных данных

В первой строке выведите три положительных целых числа a , b и c , разделяя их пробелами. Должно выполняться равенство $a^b \bmod c = n$. А сумма $a + b + c$ должна при этом быть минимально возможной.

Если существует несколько возможных ответов с минимальной суммой, выведите любой из них.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
4	2 2 5
7	2 4 9

Задача G. Головоломка «Обмен»

Имя входного файла: *стандартный ввод*
 Имя выходного файла: *стандартный вывод*
 Ограничение по времени: 2 секунды
 Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Головоломка «Обмен» выглядит как доска 4×4 , в клетках которой расставлены числа от 1 до 16, каждое по одному разу. Каждое число записывается ровно двумя десятичными цифрами: в числах 1–9 добавлены ведущие нули.

За одну операцию с головоломкой можно взять любые две клетки таблицы и поменять их местами.

Найдите любую кратчайшую последовательность операций, выполнив которую, можно получить упорядоченную таблицу:

01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16

Формат входных данных

Входные данные состоят из четырёх строк, соответствующих строкам таблицы. В каждой строке записано четыре числа, каждое из которых состоит ровно из двух десятичных цифр — для этого в числах 1–9 добавлены **ведущие нули**. Соседние числа в строке разделены пробелом. Гарантируется, что каждое из чисел от 1 до 16 встречается в заданной таблице ровно один раз.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число — количество операций k . Это число должно быть минимально возможным. В следующих k строках выведите сами операции.

Для записи операций обозначим строки буквами a, b, c, d сверху вниз, а столбцы цифрами 1, 2, 3, 4 слева направо. Операция обмена двух клеток записывается как $r_1c_1-r_2c_2$: строка и столбец одной клетки, знак «-» (минус, ASCII-код 45), строка и столбец другой клетки.

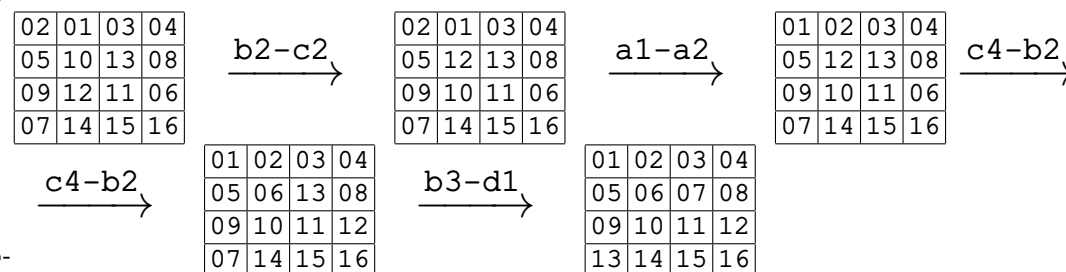
Если существует несколько возможных ответов, выведите любой из них.

Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
02 01 03 04	4
05 10 13 08	b2-c2
09 12 11 06	a1-a2
07 14 15 16	c4-b2
	b3-d1

Пояснение к примеру

Последовательность операций в примере и промежуточные состояния показаны ниже.



Задача Н. Головоломка «Обмен-плюс»

Имя входного файла: *стандартный ввод*
 Имя выходного файла: *стандартный вывод*
 Ограничение по времени: 2 секунды
 Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Головоломка «Обмен-плюс» выглядит как доска 4×4 , в клетках которой расставлены числа от 1 до 16, каждое по одному разу. Каждое число записывается ровно двумя десятичными цифрами: в числах 1–9 добавлены ведущие нули.

За одну операцию с головоломкой можно:

- взять любые две клетки таблицы и поменять их местами,
- взять любые две строки таблицы и поменять их местами,
- взять любые два столбца таблицы и поменять их местами.

Найдите любую кратчайшую последовательность операций, выполнив которую, можно получить упорядоченную таблицу:

01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16

Формат входных данных

Входные данные состоят из четырёх строк, соответствующих строкам таблицы. В каждой строке записано четыре числа, каждое из которых состоит ровно из двух десятичных цифр — для этого в числах 1–9 добавлены **ведущие нули**. Соседние числа в строке разделены пробелом. Гарантируется, что каждое из чисел от 1 до 16 встречается в заданной таблице ровно один раз.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число — количество операций k . Это число должно быть минимально возможным. В следующих k строках выведите сами операции.

Для записи операций обозначим строки буквами a, b, c, d сверху вниз, а столбцы цифрами 1, 2, 3, 4 слева направо. Каждая операция обмена двух объектов (клеток, строк или столбцов) записывается как координаты одного из объектов, знак «-» (минус, ASCII-код 45) и координаты другого объекта. В координатах клетки сначала следует строка, а затем столбец. Итак:

- операция обмена двух клеток записывается как $r_1c_1-r_2c_2$,
- операция обмена двух строк записывается как r_1-r_2 ,

- операция обмена двух столбцов записывается как c_1-c_2 .

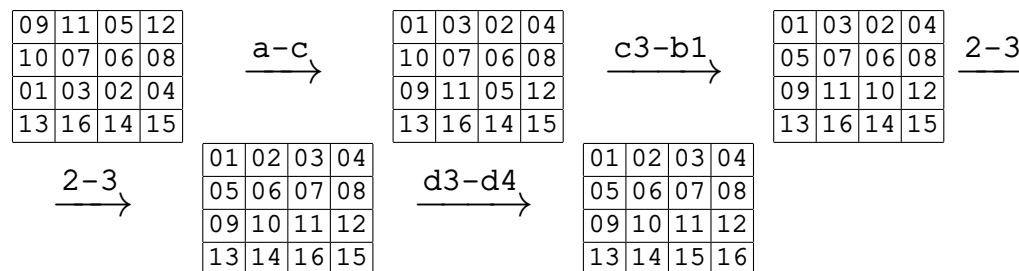
Если существует несколько возможных ответов, выведите любой из них.

Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
09 11 05 12	4
10 07 06 08	a-c
01 03 02 04	c3-b1
13 16 14 15	2-3
	d3-d4

Пояснение к примеру

Последовательность операций в примере и промежуточные состояния показаны ниже.



Задача I. Восстановление точек

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: **5 секунд**
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Ева отметила на плоскости 11 различных точек с целыми координатами. Затем для каждой пары различных точек она вычислила квадрат расстояния между ними. Полученные 55 чисел она записала в порядке, в котором ей захотелось, а отмеченные точки стёрла. Записанные числа она затем показала Андрею. Помогите Андрею восстановить исходные точки на плоскости.

Напомним, что квадрат расстояния между точками (x_1, y_1) и (x_2, y_2) на плоскости равен

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$

Формат входных данных

В первой строке ввода задано через пробел 55 целых чисел — квадраты попарных расстояний между искомыми точками. Гарантируется, что это квадраты расстояний между 11 различными точками, координаты которых целые и не превосходят 5 000 по абсолютной величине.

Формат выходных данных

Выведите 11 строк, содержащих координаты точек. Координаты одной точки — это два целых числа: координата по оси Ox и координата по оси Oy . Координаты каждой точки следует выводить на отдельной строке через пробел. Квадраты попарных расстояний между выведенными точками должны образовывать тот же набор, что и числа во вводе. Разрешается вывести любой ответ, в котором координаты всех точек не превосходят 10 000 по абсолютной величине.

Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 4 9 16 25 36 49 64 81	0 0
100 1 4 9 16 25 36 49 64	1 0
81 1 4 9 16 25 36 49 64 1	2 0
4 9 16 25 36 49 1 4 9 16	3 0
25 36 1 4 9 16 25 1 4 9	4 0
16 1 4 9 1 4 1	5 0
	6 0
	7 0
	8 0
	9 0
	10 0

Пояснение к примеру

В примере расстояния между парами точек перечислены в следующем порядке:

$(1, 2), (1, 3), (1, 4), \dots, (1, 11);$

$(2, 3), (2, 4), \dots, (2, 11);$

$\dots;$

$(9, 10), (9, 11);$

$(10, 11).$

Все точки лежат на одной прямой.

Числа в примере входных данных записаны в несколько строк исключительно из-за ограниченного размера страницы. На самом деле в каждом наборе входных данных одна строка, содержащая 55 чисел.

Задача J. Ультрапростые числа

Имя входного файла: *стандартный ввод*
Имя выходного файла: *стандартный вывод*
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Как известно, *простым* называется целое положительное число, у которого ровно два целых положительных делителя — единица и само число. Назовём число *ультрапростым*, если в его десятичной записи можно стереть $x \geq 0$ цифр спереди и $y \geq 0$ цифр сзади, и независимо от x и y оставшееся число — конечно, если хоть что-то осталось — обязательно будет простым.

Например, число 37 — ультрапростое, так как простыми являются числа 3, 7 и 37, получающиеся из него стиранием цифр спереди и сзади. Число 5867, напротив, не является ультрапростым, поскольку, например, число 86 не является простым.

По заданному номеру n выведите n -е в порядке возрастания ультрапростое число.

Формат входных данных

В первой строке записано целое число n — номер требуемого ультрапростого числа ($1 \leq n \leq 1000$).

Формат выходных данных

В первой строке выведите n -е в порядке возрастания ультрапростое число или -1 , если числа с таким порядковым номером нет.

Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2	3
6	37

Пояснения к примерам

Последовательность ультрапростых чисел начинается так: 2, 3, 5, 7, 23, 37, ...