

Сайт с материалами занятий:
<https://tsweb.ru/spbsu/bachelor-2024>.

Задачи без компьютера

1. Дана последовательность целых чисел. Опишите — любым способом — как найти сумму всех её элементов.
2. Сколько простых чисел от a до b ?
 - 2a. $1 \leq a \leq b \leq 100$.
 - 2b. $1 \leq a \leq b \leq 10^6$.
 - 2c. $1 \leq a \leq b \leq a + 10^6 \leq 10^{10}$.
 - 2d. $1 \leq a \leq b \leq 10^{10}$.
3. Существует ли алгоритм сжатия файлов без потерь, который сжимает любой файл размера больше 2048 байт хотя бы на один байт?
4. В ряд лежат n шоколадок. Катя и Варя играют в игру, делая ходы по очереди; начинает Катя. Каждый ход — съесть либо первую, либо последнюю шоколадку в ряду. Съедание i -й шоколадки в ряду приносит Кате k_i единиц счастья, а Варе — v_i единиц. Когда все шоколадки съедены, выигрывает та девочка, которая получила больше счастья. Кто выиграет при правильной игре?
5. Ханойские башни состоят из трёх вертикальных стержней и n дисков различных размеров. Каждый диск лежит на каком-то одном стержне. На каждом стержне диски упорядочены: чем ниже лежит диск, тем больше его размер. За один ход можно снять верхний диск с любого стержня и положить его сверху на любой другой стержень — но только если при этом диски на каждом стержне снова будут упорядочены.
 - 5a. Вначале все диски лежат на первом стержне. Как переместить их все на третий стержень за минимальное количество ходов?
 - 5b. Заданы две корректные конфигурации дисков: начальная и конечная. Как перейти из первой во вторую за минимальное количество ходов?
6. Дан связный ориентированный граф с n вершинами и m рёбрами. Найдите в нём цикл, проходящий ровно один раз:
 - 6a. по каждой вершине;
 - 6b. по каждому ребру;
 - 6c. и по каждой вершине, и по каждому ребру.
7. Андрей прочитал в учебнике следующую задачу:

Дано множество F и набор его подмножеств $\{F_i\}$. Найдите наименьший по количеству набор подмножеств, объединение которых равно F .

Андрей решает задачу так:

Начнём с пустого набора. Пока множество F не покрыто, будем брать такое F_i , которое покроет как можно больше непокрытых элементов F .

 - 7a. Докажите, что решение Андрея неверное.
 - 7b. А как правильно решать эту задачу?