

Задачи этой тренировки можно сдавать только на учебном языке Pr. При проверке количество процессов равно 100. Подробнее здесь: <https://github.com/GassaFM/interpr#pr>.

### Задача А. Сумма

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность из  $n$  целых чисел. Найдите сумму всех чисел в ней.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 10^6$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $-10^{12} \leq a_i \leq 10^{12}$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: сумму всех чисел в последовательности.

#### Пример

тест	ответ
5 6 10 1 7 6	30

### Задача В. Уникальное число

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность из  $n$  целых чисел. Любое число либо не встречается в ней вовсе, либо встречается ровно два раза — за исключением одного числа  $x$ , которое встречается ровно один раз. Найдите это уникальное число  $x$ .

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 10^6$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ). Гарантируется, что любое число либо не встречается в последовательности вовсе, либо встречается ровно два раза — за исключением одного числа, которое встречается ровно один раз.

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число  $x$ .

#### Пример

тест	ответ
5 6 10 10 7 6	7

### Задача С. Отсутствующее число

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность из  $n$  целых чисел. Найдите минимальное неотрицательное целое число, которого в ней нет.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 70\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: минимальное неотрицательное целое число, которое не встречается в последовательности.

#### Пример

тест	ответ
6 0 1 2 4 4 2	3

### Задача D. Отрезок

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дана последовательность из  $n$  целых чисел. Найдите отрезок этой последовательности, сумма чисел на котором максимальна. Найденный отрезок может быть пустым.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 10^6$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $-10^{12} \leq a_i \leq 10^{12}$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: максимальную сумму на отрезке последовательности.

### Пример

тест	ответ
5 6 -5 1 10 -6	12

### Задача Е. Количество инверсий

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов

Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , состоящая из  $n$  целых чисел. Инверсией называется пара индексов  $(i, j)$ , для которой  $i < j$ , но  $a_i > a_j$ . Найдите количество инверсий в данной последовательности.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 4000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: количество инверсий в заданной последовательности.

### Пример

тест	ответ
5 3 1 3 2 4	3

### Задача Ф. Большинство

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов

Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность из  $n$  целых чисел. Найдите число, которому равны более половины элементов последовательности, или выясните, что такого числа нет.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

Если существует число, которому равны более половины элементов последовательности, выведите это число. В противном случае выведите число  $-1$ .

### Примеры

тест	ответ
5 2 1 2 6 2	2
4 1 2 3 3	-1

### Задача Г. Расстояние в списке

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов

Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задан случайный циклический односвязный список из  $n$  элементов, пронумерованных целыми числами от 0 до  $n - 1$ . Найдите в нём расстояние от элемента 0 до элемента 1.

#### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — количество элементов в списке ( $2 \leq n \leq 200\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$ , задающие список: после элемента  $i$  в списке следует элемент  $p_i$  ( $0 \leq p_i < n$ ). Гарантируется, что список, который задают эти числа — это цикл из  $n$  элементов, и из таких циклов равновероятно выбран случайный.

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: сколько шагов по списку нужно сделать, чтобы из элемента 0 попасть в элемент 1.

### Пример

тест	ответ
6 5 0 3 4 1 2	5

#### Пояснение к примеру

В примере путь такой:  $0 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .

## Задача Н. Два подмножества

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность из  $n$  целых чисел. Мы можем выбрать два непустых непересекающихся подмножества её элементов. Далее сложим элементы каждого множества, найдём произведение этих двух сумм, после чего вычислим остаток от деления полученного числа на 1 000 000 007. Найдите наибольшее число, которое можно получить таким образом.

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $2 \leq n \leq 12$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — сама последовательность ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

Выведите наибольшее число, которое можно получить по условию.

### Пример

тест
6 1 10 100 1000 10000 100000
ответ
1000000000

### Пояснение к примеру

В примере одно из подмножеств может состоять из числа 10 000, а другое — из числа 100 000. Поскольку результат — это остаток от деления на 1 000 000 007, такие два подмножества дают наибольший возможный результат.

## Задача I. Количество путей

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Рассмотрим ленту из клеток. В каждой клетке написано число 1, 2 или 3.

Робот прыгает по ленте, начиная из первой клетки и заканчивая в последней. Если робот стоит на клетке с числом  $x$ , то он может прыгнуть вперёд на любое положительное число клеток не больше  $x$ .

Сколько различных путей из первой клетки в последнюю существует для робота? Найдите остаток от деления количества путей на 1 000 000 007.

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина ленты ( $1 \leq n \leq 150\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — числа в клетках ( $1 \leq a_i \leq 3$ ).

### Формат выходных данных

Выведите остаток от деления количества путей для робота на 1 000 000 007.

### Пример

тест	ответ
5 1 2 3 2 1	3

### Пояснение к примеру

Пронумеруем клетки начиная с единицы.

У робота есть следующие пути:

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ ,

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ ,

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ .

## Задача J. Выпуклая оболочка сверху

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Задана последовательность  $y_1, y_2, \dots, y_n$  из  $n$  целых чисел. Каждое её число выбрано случайно, равномерно из целых чисел от 1 до  $10^9$  и независимо от других.

Рассмотрим множество точек  $(i, y_i)$  на плоскости. Точка принадлежит *верхней выпуклой оболочке* этого множества, если существует прямая, которая проходит через эту точку и при этом строго выше всех остальных точек множества.

Найдите все точки верхней выпуклой оболочки заданного множества.

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — длина последовательности ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $y_1, y_2, \dots, y_n$  — сама последовательность ( $1 \leq y_i \leq 10^9$ ). Гарантируется, что каждое число выбрано случайно, равномерно из целых чисел от 1 до  $10^9$  и независимо от других.

### Формат выходных данных

В первой строке выведите целое число  $k$  — количество точек, лежащих на верхней выпуклой оболочке множества точек  $(i, y_i)$ . В следующих  $k$  строках выведите сами эти точки — по одной на строке, в порядке возрастания абсциссы.

### Пример

тест
6 738019188 156680847 182508705 645867035 421237740 324760886
ответ
3 1 738019188 4 645867035 6 324760886

### Замечание

В настоящем примере числа  $y_i$  даны на одной строке. В тексте условия используются две строки лишь потому, что на одну числа не поместились.

### Задача К. Тише едешь — дальше будешь

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

По прямой движутся точки с номерами  $1, 2, \dots, n$ . Точка с номером  $i$  изначально имеет координату  $i$  и движется слева направо со скоростью  $v_i$ .

Как только две или больше точек сталкиваются, остаётся самая медленная из них, а все более быстрые исчезают. Сколько точек останется на прямой после всех столкновений?

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — количество точек ( $1 \leq n \leq 10^6$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $v_1, v_2, \dots, v_n$  — скорости точек ( $1 \leq v_i \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: сколько точек останется на прямой после всех столкновений.

### Пример

тест	ответ
5 1 10 3 7 6	3

### Задача L. Соседи

Ограничение по времени: 1 000 000 тактов  
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

На прямой отмечены  $n$  целых точек с координатами  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , заданными слева направо.

Добавим на прямую ещё  $n$  целых точек так, чтобы максимальное из расстояний между соседними точками оказалось как можно меньше. Чему равно это расстояние?

### Формат входных данных

В первой строке записано целое число  $n$  — количество точек ( $2 \leq n \leq 10\,000$ ). В следующей строке записаны  $n$  целых чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — координаты точек ( $1 \leq x_i \leq 10^{18}$ ,  $x_i < x_{i+1}$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число: насколько малым может быть максимальное из расстояний между соседями после добавления ещё  $n$  целых точек.

### Пример

тест	ответ	пояснение
3 1 5 12	3	1 3 5 8 10 12 2 2 3 2 2