

## Задача А. Два числа

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны два целых числа  $A$  и  $B$  ( $1 \leq A, B \leq 100$ ). Найдите два таких целых числа  $X$  и  $Y$ , что выполнено равенство  $AX + BY = 1$ .

### Формат входных данных

Во первой строке записаны два числа  $A$  и  $B$ , разделённые пробелом.

### Формат выходных данных

В первой строке выведите два числа  $X$  и  $Y$ , разделённые пробелом. Требуется, чтобы выполнялись неравенства  $|X| \leq 10\,000$  и  $|Y| \leq 10\,000$ . Если правильных ответов несколько, разрешается вывести любой из них. Если же таких чисел не существует, выведите вместо них два нуля.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 3	2 -1
4 6	0 0
100 51	-5075 9951

## Задача В. Волшебные ночи

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В этой задаче нужно найти количество волшебных ночей в году на далёкой планете.

Вокруг далёкой планеты Этан вращается три луны: Клементина, Лея и Матильда. Каждую  $k$ -ю ночь наступает полнолуние Клементины, каждую  $l$ -ю ночь — полнолуние Леи, а каждую  $m$ -ю ночь — полнолуние Матильды. В году на этой планете  $n$  ночей, а Новый Год наступает днём.

Ночь на планете Этан считается волшебной, если в эту ночь наступает полнолуние хотя бы у одной из лун. Известно, что в последнюю ночь прошлого года полнолуние наступило одновременно у всех трёх лун Этана. Сколько волшебных ночей в текущем году?

### Формат входных данных

В первой строке заданы четыре целых числа  $k$ ,  $l$ ,  $m$  и  $n$  ( $1 \leq k, l, m, n \leq 10^9$ ). Числа разделены пробелами.

### Формат выходных данных

В первой строке выведите одно целое число — количество волшебных ночей в текущем году.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3 4 5 10	7
5 5 5 10	2
30 29 31 360	35
2 4 6 5	2

### Пояснения к примерам

В первом примере волшебными считаются 3-я, 4-я, 5-я, 6-я, 8-я, 9-я и 10-я ночи.

Во втором примере волшебных ночей только две — 5-я и 10-я ночи.

В третьем примере волшебными оказываются 12 ночей, когда полнолуние наступает у Клементины, 12 ночей, когда полнолуние наступает у Леи, и 11 ночей, когда полнолуние наступает у Матильды.

В четвертом примере во вторую ночь наступает полнолуние Клементины, а в четвертую — Клементины и Леи. Поскольку в году всего пять ночей, следующее полнолуние Матильды случится только в следующем году.

## Задача С. Делители 0

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

По данному числу  $N$  определите количество его различных положительных делителей.

### Формат входных данных

В первой строке задано единственное целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^{15}$ ).

### Формат выходных данных

Выведите единственное число  $k$  — количество различных положительных делителей числа  $N$ .

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1	1
2	2
6	4
29	2
48	10

В последнем примере число 48 имеет десять делителей — это числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 и 48.

## Задача D. Делители 1

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Натуральное число  $a$  называется *делителем* натурального числа  $b$ , если  $\frac{b}{a}$  — также натуральное число. Например, 1, 2, 3 и 6 — делители числа 6, а 4, 5 и 7 не являются его делителями.

В этой задаче требуется определить, каково максимальное количество различных делителей, которое может иметь натуральное число от 1 до  $N$ , включительно.

### Формат входных данных

В первой строке задано число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно число — какое максимальное количество делителей может иметь натуральное число от 1 до  $N$ , включительно.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2	2
5	3
7	4
18	6

### Пояснения к примерам

Среди чисел от 1 до 2 больше всего делителей — 2 — у двойки.

Из чисел 1, 2, 3, 4, 5 максимальным числом делителей — тремя — обладает четвёрка; нужно вывести 3 — количество её делителей.

У шестёрки 4 делителя, а у семёрки — два; поэтому при  $N = 7$  ответ возрастает до четырёх.

Среди чисел от 1 до 18 два числа имеют по шесть делителей — это числа 12 и 18. Необходимо вывести 6, так как чисел с семью и более делителями среди первых 18-ти натуральных чисел нет.

## Задача Е. Делители 2

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Натуральное число  $a$  называется *делителем* натурального числа  $b$ , если  $\frac{b}{a}$  — также натуральное число. Например, 1, 2, 3 и 6 — делители числа 6, а 4, 5 и 7 не являются его делителями.

В этой задаче требуется определить, каково максимальное количество различных делителей, которое может иметь натуральное число от 1 до  $N$ , включительно, и найти минимальное из чисел на этом интервале, имеющее ровно столько делителей.

### Формат входных данных

В первой строке задано число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

Выведите два целых числа через пробел — сколько делителей может иметь натуральное число от 1 до  $N$ , включительно, а также само минимальное натуральное число, имеющее столько делителей.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2	2 2
5	3 4
7	4 6
18	6 12

## Задача F. Закон композиции

Имя входного файла:	<i>стандартный ввод</i>
Имя выходного файла:	<i>стандартный вывод</i>
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

*Законом композиции* на множестве  $M$  называется отображение  $f : M \times M \rightarrow M$ , сопоставляющее каждой упорядоченной паре элементов множества некоторый его элемент.

- Закон композиции называется *ассоциативным*, если  $\forall x, y, z \in M \ f(x, f(y, z)) = f(f(x, y), z)$ .
- *Единицей* называется такой элемент  $e \in M$ , что  $\forall x \in M \ f(e, x) = f(x, e) = x$ .
- *Обратным* к элементу  $x \in M$  называется такой элемент  $x^{-1} \in M$ , что  $f(x, x^{-1}) = f(x^{-1}, x) = e$ .
- Если  $\forall x, y \in M \ f(x, y) = f(y, x)$ , то закон композиции называется *коммутативным*.

Требуется распознать одну из следующих алгебраических структур множества  $M$  с заданным на нём законом композиции:

- Если закон композиции ассоциативен, то структура называется *полугруппой*.
- Если закон композиции коммутативен — *коммутативным группоидом*.
- Если закон и ассоциативен, и коммутативен — *коммутативной полугруппой*.
- Если в полугруппе есть единица, то она называется *моноидом*.
- Если в моноиде выполнено условие коммутативности, то он называется *коммутативным моноидом*.
- Если в моноиде для каждого элемента найдётся обратный к нему, то он называется *группой*.
- Если структура является группой, и закон композиции удовлетворяет условию коммутативности, то группа называется *абелевой*.
- Если структура не является ни одной из вышеперечисленных, то она называется *группоидом*.

### Формат входных данных

В первой строке задано количество элементов во множестве  $1 \leq |M| \leq 128$ . Далее следуют  $|M|^2$  строк, в которых записан результат применения функции  $f$  к парам элементов множества  $M$  в порядке лексикографического возрастания пар аргументов: если для удобства пронумеровать элементы множества числами от 1 до  $|M|$ , то получится, что первой идёт пара  $(1, 1)$ , затем  $(1, 2)$ ,  $\dots$ ,  $(1, |M|)$ ,  $(2, 1)$ ,  $\dots$ ,  $(|M|, |M|)$ .

### Формат выходных данных

Выведите название структуры на английском языке:

название структуры	вывод программы
группоид	groupoid
полугруппа	semigroup
коммутативная полугруппа	commutative semigroup
коммутативный группоид	commutative groupoid
моноид	monoid
коммутативный моноид	commutative monoid
группа	group
абелева группа	abelian group

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2	abelian group
1	
2	
2	
1	

## Задача G. Обратный элемент

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано целое число  $n > 0$ . Рассмотрим множество  $Z_n$ , элементами которого являются целые числа  $0, 1, 2, \dots, n - 1$ . Элемент  $q$  называется *обратным* к элементу  $p$ , если  $(p \cdot q) \bmod n = 1$ .

Найдите обратный элемент  $q$  по заданным числам  $n$  и  $p$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы два целых числа  $n$  и  $p$  через пробел ( $1 \leq n \leq 10^9, 0 \leq q < n$ ).

### Формат выходных данных

Если у числа  $p$  нет в множестве  $Z_n$  обратного элемента, выведите  $-1$ .

В противном случае выведите  $q$ .

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3 2	2
5 2	3
8 4	-1
17 0	-1

## Задача Н. Первообразный корень

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Мультипликативный порядок числа  $q$  по модулю  $m$  — это минимальное целое положительное число  $k$ , для которого  $q^k \bmod m = 1$ .

Число  $q$  называется *первообразным корнем* по простому модулю  $p$ , если мультипликативный порядок  $q$  равен  $p - 1$ .

Дано простое число  $p$  и набор чисел  $q_1, q_2, \dots, q_n$ . Для каждого  $q_i$  выясните, является ли оно первообразным корнем по модулю  $p$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы через пробел два целых числа  $n$  и  $p$  — количество чисел и модуль ( $1 \leq n \leq 100$ ,  $2 \leq p \leq 10^9$ , число  $p$  является простым). Следующие  $n$  строк содержат по одному числу  $q_i$  каждая ( $0 < q_i < p$ ).

### Формат выходных данных

Выведите  $n$  строк; в  $i$ -й строке выведите «YES», если  $q_i$  является первообразным корнем по модулю  $p$ , и «NO» в противном случае.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 3 2	YES
2 7 2 3	NO YES

## Задача I. Дискретное логарифмирование лайт

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $n$ . Требуется найти *дискретный логарифм*  $b$  по основанию  $a$  по модулю  $n$ , то есть такое число  $x$  ( $0 \leq x < n$ ), что  $a^x \equiv b \pmod{n}$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы через пробел три целых числа  $a$ ,  $b$  и  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^9$ , число  $n$  простое,  $0 < a, b < n$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите  $-1$ , если дискретного логарифма не существует. Иначе следует вывести его значение.

Если ответ неоднозначен, разрешается выводить любой.

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3 5 7	5

## Задача J. Дискретное логарифмирование

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $n$ . Требуется найти *дискретный логарифм*  $b$  по основанию  $a$  по модулю  $n$ , то есть такое число  $x$  ( $0 \leq x < n$ ), что  $a^x \equiv b \pmod{n}$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы через пробел три целых числа  $a$ ,  $b$  и  $n$  ( $1 \leq a, b, n \leq 10^{12}$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите  $-1$ , если дискретного логарифма не существует. Иначе следует вывести его значение.

Если ответ неоднозначен, разрешается выводить любой.

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 4 6	2

## Задача К. Проверка на простоту 1

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Натуральное число называется *простым*, если оно делится нацело только на себя и на 1. Единица простым числом не считается.

Дано число  $p$ . Определите, простое ли оно.

### Формат входных данных

В первой строке задано целое число  $p$  ( $2 \leq p \leq 100$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите «YES», если число простое, и «NO» в противном случае.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3	YES
6	NO

## Задача I. Проверка на простоту 2

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Натуральное число называется *простым*, если оно делится нацело только на себя и на 1. Единица простым числом не считается.

Дано число  $p$ . Определите, простое ли оно.

### Формат входных данных

В первой строке задано целое число  $p$  ( $1 \leq p \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите «YES», если число простое, и «NO» в противном случае.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3	YES
6	NO

## Задача М. Проверка на простоту 3

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Натуральное число называется *простым*, если оно делится нацело только на себя и на 1. Единица простым числом не считается.

Дано число  $p$ . Определите, простое ли оно.

### Формат входных данных

В первой строке задано целое число  $p$  ( $1 \leq p \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите «YES», если число простое, и «NO» в противном случае.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
3	YES
6	NO

## Задача N. Тест Миллера–Рабина

Имя входного файла:	<i>стандартный ввод</i>
Имя выходного файла:	<i>стандартный вывод</i>
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Существует множество способов проверки числа на простоту. Например, если проверяемое число  $N$  достаточно мало, то можно просто поделить  $N$  на все простые числа, не превосходящие  $\sqrt{N}$ . Если  $N$  делится нацело хотя бы на одно из них – значит, оно составное, в противном же случае оно является простым.

Однако, когда число  $N$  велико, такой метод может потребовать от проверяющего слишком много времени – ведь трудоёмкость растёт экспоненциально от длины числа  $N$ . В настоящее время известно несколько способов определить простоту числа точно, но все они работают довольно долго.

Поэтому чаще применяют способы, определяющие простоту числа с некоторой вероятностью. Один из наиболее быстрых и вместе с тем довольно надёжных способов известен как тест Миллера–Рабина. Ознакомимся с ним подробнее.

Сначала проверим, что  $N$  нечётно и больше, чем 1 (в противном случае проверка тривиальна). Представим  $N - 1$  как  $2^s \cdot d$ ; заметим, что  $s \geq 1$ .

Теперь для нескольких различных  $a \in [1, N - 1]$  произведём следующую процедуру. Рассмотрим числа  $k_r = a^{2^r \cdot d}$  для  $r = 0, 1, \dots, s - 1$ . Если  $k_0 \bmod N \neq 1$  и ни одно из  $k_r$  не совпадает с  $-1$  по модулю  $N$  (другими словами,  $k_r \bmod N \neq N - 1$ ), число  $N$  – составное. В противном случае мы повторяем эту процедуру для следующего  $a$ . Чем больше чисел  $a$  было проверено, тем больше вероятность того, что число  $N$  – простое. Обычно в качестве  $a$  подставляют первые несколько простых чисел – 2, 3, 5, 7, 11, ...

Мы не будем сейчас останавливаться на том, почему тест Миллера–Рабина работает. Наша задача заключается в другом – по числу  $N$  определить, каково же наименьшее простое число  $a$ , для которого описанная выше процедура приведёт к установлению того, что  $N$  – составное (разумеется, если это так). Число  $a$  не окажется слишком большим – известно, что наименьшее нечётное составное число  $N$  такое, что для него не срабатывают проверки с  $a = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$ , равно 341 550 071 728 321.

### Формат входных данных

В первой строке записано число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^{14}$ ).

### Формат выходных данных

Если  $N$  чётно или равно единице, и тест Миллера–Рабина неприменим, выведите  $-1$ . Если число  $N$  нечётное и простое, выведите 0. Иначе выведите наименьшее такое простое число  $a$ , что при его проверке по приведённому выше алгоритму выяснится, что  $N$  – составное.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2	-1
15	2
4	-1
821	0
2047	3

## Задача О. Простые числа

Имя входного файла:	<i>стандартный ввод</i>
Имя выходного файла:	<i>стандартный вывод</i>
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Простым, как известно, называется натуральное число, которое делится нацело только на себя и на единицу. Число, делящееся на другое натуральное число, меньшее его, называется составным. Единица не считается ни простым, ни составным числом. Так, есть 25 простых чисел, не превосходящих 100 — это числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

В этой задаче мы попробуем выяснить, сколько простых чисел расположено на отрезке  $[A, B]$ , где  $A$  и  $B$  — целые и  $A \leq B$ . Математики интересовались подобными вопросами уже давно. Ещё в середине XIX века француз Джозеф Луи Франсуа Бертран выдвинул гипотезу о том, что для любого  $n > 1$  между  $n$  и  $2n$  есть по крайней мере одно простое число. Эта гипотеза была впоследствии доказана Пафнутием Львовичем Чебышёвым и получила название теоремы Чебышёва. Другая теорема, связывающая имена этих двух математиков, говорит о том, что количество простых чисел от 1 до  $n$  ведёт себя примерно как  $\frac{n}{\ln n}$ .

Возможности современных вычислительных машин позволяют посчитать количество простых чисел от  $A$  до  $B$  точно, если  $A$  и  $B$  достаточно невелики. В этом и состоит предлагаемая задача.

### Формат входных данных

В первой строке записаны два числа —  $A$  и  $B$  ( $1 \leq A \leq B \leq 50\,000\,000$ ).

### Формат выходных данных

Выведите одно число — количество простых чисел на отрезке  $[A, B]$ .

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 2	1
2 3	2
1 100	25
98 98	0
97 97	1

## Задача Р. Фи

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В этот раз ваша задача очень простая. Всего лишь сосчитайте сумму значений функции Эйлера от  $a$  до  $b$  включительно, то есть

$$\sum_{i=a}^b \varphi(i).$$

Здесь функция Эйлера  $\varphi(n)$  — это количество целых чисел от 1 до  $n$  включительно, взаимно простых с  $n$ .

### Формат входных данных

В первой строке заданы два целых числа  $a$  и  $b$  ( $1 \leq a \leq b \leq 4 \cdot 10^{12}$ ,  $b - a \leq 2 \cdot 10^6$ ).

### Формат выходных данных

Выведите значение суммы.

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 4	5

### Пояснение к примеру

В примере  $\varphi(2) + \varphi(3) + \varphi(4) = 1 + 2 + 2 = 5$ .

## Задача Q. Произведение матриц

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Произведением матриц  $A$  и  $B$  размера  $p \times q$  и  $q \times r$ , соответственно, называется матрица  $C$  размера  $p \times r$ , элементы которой вычисляются по формуле

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^q A_{i,k} \cdot B_{k,j}.$$

По данным матрицам  $A$  и  $B$  найдите их произведение.

### Формат входных данных

В первой строке заданы через пробел три целых числа  $p$ ,  $q$  и  $r$  ( $1 \leq p, q, r \leq 100$ ). В следующих  $p$  строках записана матрица  $A$ ; каждая из этих строк содержит  $q$  целых чисел, разделённых пробелами. Наконец, в последних  $q$  строках записана матрица  $B$ ; каждая из этих строк содержит  $r$  целых чисел, разделённых пробелами. Элементы матриц не превосходят 100 по абсолютной величине.

### Формат выходных данных

Выведите матрицу  $C$  —  $p$  строк, в каждой из которых —  $r$  чисел через пробел.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
2 2 2 1 0 0 1 1 0 0 1	1 0 0 1
1 3 1 1 2 3 -1 -2 -3	-14
3 2 4 0 1 1 0 0 1 2 1 0 0 1 1 2 1	1 1 2 1 2 1 0 0 1 1 2 1

## Задача R. Числа Фибоначчи по модулю 1

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Числа Фибоначчи  $F_0, F_1, F_2, \dots, F_n$  определяются следующим образом:  $F_0 = 0, F_1 = 1$ , а для любого  $n > 1$  выполнено равенство  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ .

По заданному числу  $n$  выведите остаток от деления числа Фибоначчи  $F_n$  на  $m$ .

### Формат входных данных

В первой строке ввода заданы через пробел два целых числа  $n$  и  $m$  ( $0 \leq n \leq 10^9, 1 \leq m \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число: остаток от деления  $F_n$  на  $m$ .

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
8 12345	21
100 1000000000	261915075

### Пояснение к примеру

Первые несколько чисел Фибоначчи таковы:  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8, F_7 = 13, F_8 = 21$ .

Число Фибоначчи с номером 100 равно 354 224 848 179 261 915 075. Остаток от деления этого числа на 1 000 000 000 – это последние девять цифр его десятичной записи.

## Задача S. Числа Фибоначчи по модулю 2

Имя входного файла: *стандартный ввод*  
Имя выходного файла: *стандартный вывод*  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Числа Фибоначчи  $F_0, F_1, F_2, \dots, F_n$  определяются следующим образом:  $F_0 = 0, F_1 = 1$ , а для любого  $n > 1$  выполнено равенство  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ .

По заданному числу  $n$  выведите остаток от деления числа Фибоначчи  $F_n$  на  $m$ .

### Формат входных данных

В первой строке ввода заданы через пробел два целых числа  $n$  и  $m$  ( $0 \leq n \leq 10^{18}, 1 \leq m \leq 10^{18}$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число: остаток от деления  $F_n$  на  $m$ .

### Пример

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
8 12345	21
100 1000000000	261915075

### Пояснение к примеру

Первые несколько чисел Фибоначчи таковы:  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8, F_7 = 13, F_8 = 21$ .

Число Фибоначчи с номером 100 равно 354 224 848 179 261 915 075. Остаток от деления этого числа на 1 000 000 000 — это последние девять цифр его десятичной записи.

## Задача Т. Зеркальный лабиринт

Имя входного файла:	<i>стандартный ввод</i>
Имя выходного файла:	<i>стандартный вывод</i>
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В зеркальном лабиринте живут солнечные зверьки: зайчики, кролики и тушканчики. Пока свет в лабиринте погашен, в лабиринте нет никаких солнечных зверьков. Как только свет включают, каждую секунду происходят превращения. В  $k$ -ю секунду с момента включения одновременно происходят следующие преобразования:

- В лабиринте появляется  $k$  новых солнечных зайчиков.
- Каждый солнечный зайчик, появившийся на предыдущей секунде, исчезает, превращаясь в  $a$  кроликов.
- Каждый солнечный кролик, появившийся на предыдущей секунде, исчезает, разделяясь на несколько частей: одного зайчика,  $b$  кроликов и одного тушканчика.
- Каждый солнечный тушканчик, появившийся на предыдущей секунде, исчезает, производя на свет  $c$  зайчиков и трёх кроликов.

Кроме того, лабиринт вмещает ограниченное количество зверьков каждого типа. Поэтому в конце каждой секунды — то есть после всех превращений, произошедших в течение этой секунды — если количество  $s$  зверьков какого-либо из трёх типов больше или равно  $m$ , зверьков этого типа остаётся  $s \bmod m$  (остаток от целочисленного деления  $s$  на  $m$ ).

По заданным числам  $n$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  найдите, сколько зверьков каждого из трёх типов в отдельности окажется в лабиринте после того, как свет будет включён в течение  $n$  секунд.

### Формат входных данных

В первой строке ввода заданы через пробел пять целых чисел:  $n$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  ( $1 \leq n \leq 10^9$ ,  $1 \leq m \leq 10^9$ ,  $0 \leq a, b, c < m$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите три числа: количество солнечных зайчиков, солнечных кроликов и солнечных тушканчиков в лабиринте после того, как свет будет включён в течение  $n$  секунд. Разделяйте соседние числа в строке пробелами.

### Примеры

<i>стандартный ввод</i>	<i>стандартный вывод</i>
1 10 2 3 4	1 0 0
2 10 2 3 4	2 2 0
3 10 2 3 4	5 0 2
4 10 2 3 4	2 6 0

### Пояснения к примерам

В примерах представлены первые четыре секунды преобразований при  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$  и  $m = 10$ .

На первой секунде появляется один солнечный зайчик.

На второй секунде он превращается в двух солнечных кроликов, а также появляются два новых солнечных зайчика.

На третьей секунде зайчики, исчезая, порождают четырёх новых кроликов, а кролики — двух зайчиков, шестерых кроликов и двух тушканчиков. Заметим, что количество солнечных кроликов становится равным  $a \cdot 2 + b \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 10$ . Поэтому в конце третьей секунды их численность падает до  $10 \bmod 10 = 0$ . Кроме того, появляется ещё три новых солнечных зайчика.

На четвёртой секунде появляется четыре новых солнечных зайчика, пять старых зайчиков, исчезая, порождают десять кроликов, а два старых тушканчика — восьмерых зайчиков и шестерых кроликов. Поскольку  $m = 10$ , из  $4 + 8 = 12$  зайчиков и  $10 + 6 = 16$  кроликов остаётся  $12 \bmod 10 = 2$  зайчика и  $16 \bmod 10 = 6$  кроликов.