

Представление чисел в памяти

Иван Казменко

Математико-механический факультет, 2018–2019 учебный год, первый курс

Четверг, 4 октября 2018 года

1 Представление целых чисел

- Системы счисления
- Целочисленные типы данных
- Отрицательные числа
- Битовые операции
- Работа с отдельными битами

2 Представление вещественных чисел

- Как хранить вещественное число?
- Вещественные типы данных
- Числа с плавающей точкой
- Специальные значения
- Примеры

Оглавление

- 1 Представление целых чисел
 - Системы счисления
 - Целочисленные типы данных
 - Отрицательные числа
 - Битовые операции
 - Работа с отдельными битами
- 2 Представление вещественных чисел
 - Как хранить вещественное число?
 - Вещественные типы данных
 - Числа с плавающей точкой
 - Специальные значения
 - Примеры

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность.
- Краткость.
- Удобство арифметических действий.

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность.
- Краткость.
- Удобство арифметических действий.

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность: для маленьких чисел.
- Краткость: для очень маленьких чисел.
- Удобство арифметических действий: для маленьких чисел.

Пример 1 — унарная система счисления.

Число записывается палочками, стоящими подряд: |, ||, |||, ||||,

...

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность: до нескольких тысяч, нужна привычка.
- Краткость: до нескольких тысяч.
- Удобство арифметических действий: сложные правила.

Пример 2 – римские числа.

Вводятся специальные символы для обозначения больших количеств: $5 = V$, $10 = X$, $50 = L$, $100 = C$, $500 = D$, $1000 = M$.

Позиции символов также имеют значение: например,

$VI = V + I = 6$, но $IV = V - I = 4$.

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность: для не очень больших чисел, нужна привычка.
- Краткость: для не очень больших чисел.
- Удобство арифметических действий: легко складывать и вычитать, с таблицей умножения можно производить умножение и деление в столбик.

Пример 3 — позиционные системы счисления: десятичная. Значение имеют и символ (цифра), и позиция (степень основания): $153_{10} = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 100$.

Системы счисления

Постановка задачи:

требуется записывать числа и производить операции с ними.

Критерии качества:

- Наглядность: для не очень больших чисел, нужна привычка.
- Краткость: для не очень больших чисел.
- Удобство арифметических действий: легко складывать и вычитать, таблица умножения простая, а значит, действия легко реализуются на уровне микросхемы.

Пример 4 — позиционные системы счисления: двоичная. Значение имеют и символ (цифра), и позиция (степень основания): $100101_2 = 1 + 4 + 32 = 37$.

Целочисленные типы данных

Рассмотрим числа, в двоичной записи которых не больше k цифр. Отведём место ровно под k цифр (битов).

Пример — типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Целочисленные типы данных

Рассмотрим числа, в двоичной записи которых не больше k цифр. Отведём место ровно под k цифр (битов).

Пример – типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Тип	Байты	Биты	Минимум	Максимум
unsigned char	1	8	0	255
unsigned short	2	16	0	65 535
unsigned long	4	32	0	$2^{32} - 1$
unsigned long long	8	64	0	$2^{64} - 1$

Целочисленные типы данных

Рассмотрим числа, в двоичной записи которых не больше k цифр. Отведём место ровно под k цифр (битов).

Пример – типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Тип	Байты	Биты	Минимум	Максимум
unsigned char	1	8	0	255
unsigned short	2	16	0	65 535
unsigned long	4	32	0	$2^{32} - 1$
unsigned long long	8	64	0	$2^{64} - 1$

Адресовать память обычно можно с точностью до байта.

В каком порядке идут байты в целом числе?

- Big-endian: $1000 = 11\ 1110\ 1000_2$, код [0000 0011] [1110 1000].
Удобно для человеческого восприятия.
- Little-endian: $1000 = 11\ 1110\ 1000_2$, код [1110 1000] [0000 0011].
Если число помещается в меньший тип, адрес остаётся тем же.

Целочисленные типы данных

Рассмотрим числа, в двоичной записи которых не больше k цифр. Отведём место ровно под k цифр (битов).

Пример – типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Тип	Байты	Биты	Минимум	Максимум
unsigned char	1	8	0	255
unsigned short	2	16	0	65 535
unsigned long	4	32	0	$2^{32} - 1$
unsigned long long	8	64	0	$2^{64} - 1$
signed char	1	8	-128	127
signed short	2	16	-32 768	32 767
signed long	4	32	-2^{31}	$2^{31} - 1$
signed long long	8	64	-2^{63}	$2^{63} - 1$

Для отрицательных чисел уменьшим диапазон на один бит. Этот бит мы используем для хранения знака.

Отрицательные числа

Если просто хранить знак, то:

- У нуля будет два различных представления ($+0$ и -0).
- При сложении и вычитании придётся разбирать случаи.

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

Код	Без знака	Со знаком
0000 0000	0	0
0000 0001	1	+1
0000 0010	2	+2
...
0111 1110	126	+126
0111 1111	127	+127
1000 0000	128	-128
1000 0001	129	-127
1000 0010	130	-126
...
1111 1110	254	-2
1111 1111	255	-1

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

Код	Без знака	Со знаком	Разность
0000 0000	0	0	0
0000 0001	1	+1	0
0000 0010	2	+2	0
...
0111 1110	126	+126	0
0111 1111	127	+127	0
1000 0000	128	-128	256
1000 0001	129	-127	256
1000 0010	130	-126	256
...
1111 1110	254	-2	256
1111 1111	255	-1	256

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

- 1 Интерпретация: арифметика по модулю 2^k .
Хранится остаток числа по модулю 2^k . Можно интерпретировать его или как число без знака, или как число со знаком.

Пример: $1001\ 0101_2 = 1 + 4 + 16 + 128 = 149$.

- Число без знака: какое число от 0 до 255 имеет остаток 149 от деления на $2^8 = 256$? Это число 149.
- Число со знаком: какое число от -128 до $+127$ имеет остаток 149 от деления на $2^8 = 256$? Это число -107 .

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

- 2 Интерпретация: вычитание 2^k .

Если число получается больше максимально возможного (то есть $2^{k-1} - 1$), отнимем от него 2^k .

Пример: $1001\ 0101_2 = 1 + 4 + 16 + 128 = 149$.

$149 > 127$, значит, значение равно $149 - 256 = -107$.

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

- 3 Интерпретация: отрицательное основание для старшего бита.

Обычно бит с номером i домножается на 2^i . А теперь старший бит (с номером $k - 1$) домножается не на 2^{k-1} , а на -2^{k-1} .

Пример: $1001\ 0101_2 = 1 + 4 + 16 + 128 = 149$.

Код $1001\ 0101$ даёт $1 + 4 + 16 - 128 = -107$.

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

- 1 Интерпретация: механический способ.

Чтобы получить из кода отрицательного числа его модуль, инвертируем все биты, а затем прибавим единицу.

Пример: $1001\ 0101_2 = 1 + 4 + 16 + 128 = 149$.

$$\begin{aligned}
 \text{Инверсия } 1001\ 0101_2 + 1 &= \\
 0110\ 1010_2 + 1 &= \\
 0110\ 1011_2 &= \\
 1 + 2 + 8 + 32 + 64 &= \\
 107 &
 \end{aligned}$$

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

Сложение и умножение делаются в столбик.

$$\begin{array}{r} 1001\ 0101_2 \quad (= -107) \\ +\ 0110\ 1111_2 \quad (= +111) \\ = 1\ 0000\ 0100_2 \quad (\text{оставим последние } k \text{ цифр результата}) \\ \rightarrow 0000\ 0100_2 \quad (= +4) \end{array}$$

Отрицательные числа

Двоичный дополнительный код — менее нагляден, но проще для механических вычислений.

Сложение и умножение делаются в столбик.

$$\begin{array}{r}
 1111\ 1011_2 \quad (= -5) \\
 \times \quad 0000\ 0111_2 \quad (= +7) \\
 = \quad 1111\ 1011_2 \\
 + \quad 1\ 1111\ 0110_2 \\
 + \quad 11\ 1110\ 1100_2 \\
 = 110\ 1101\ 1101_2 \quad (\text{оставим последние } k \text{ цифр результата}) \\
 \rightarrow \quad 1101\ 1101_2 \quad (= -35)
 \end{array}$$

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 1 Инвертирование всех битов.
- 2 Побитовая операция AND.
- 3 Побитовая операция OR.
- 4 Побитовая операция XOR.
- 5 Побитовый сдвиг влево.
- 6 Логический сдвиг вправо.
- 7 Арифметический сдвиг вправо.

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 1 Инвертирование всех битов.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$\sim a = 0110\ 1100.$$

A	$\sim A$
0	1
1	0

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 2 Побитовая операция AND.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 1100\ 1010,$$

$$a \ \& \ b = 1000\ 0010.$$

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 3 Побитовая операция OR.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 1100\ 1010,$$

$$a \mid b = 1101\ 1011.$$

A	B	A B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 1 Побитовая операция XOR.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 1100\ 1010,$$

$$a \wedge b = 0101\ 1001.$$

A	B	A \wedge B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 6 Побитовый сдвиг влево.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 3,$$

$$a \ll b = 1001\ 1000.$$

Все биты сдвигаются влево b раз.

Старший бит пропадает.

Младший бит становится нулём.

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 6 Логический сдвиг вправо.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 2,$$

$$a \ggg b = 0010\ 0100.$$

Все биты сдвигаются вправо b раз.

Младший бит пропадает.

Старший бит становится нулём.

Битовые операции

Представление целых чисел даёт возможность легко выполнять некоторые действия.

- 7 Арифметический сдвиг вправо.

$$a = 1001\ 0011,$$

$$b = 2,$$

$$a \gg b = 1110\ 0100.$$

Все биты сдвигаются вправо b раз.

Младший бит пропадает.

Старший (знаковый) бит не меняется.

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

номера битов: 76543210

$a = 10010011$

Операции с отдельными битами:

- 1 Как получить значение бита с номером k :
 $\text{get}(a, k): (a \gg k) \& 1$
- 2 Как установить бит с номером k в единицу:
 $\text{set1}(a, k): a \leftarrow a \mid (1 \ll k)$
- 3 Как установить бит с номером k в ноль:
 $\text{set0}(a, k): a \leftarrow a \& \sim(1 \ll k)$
- 4 Как установить бит с номером k в значение v :
 $\text{set}(a, k, v): a \leftarrow (a \& \sim(1 \ll k)) \mid (v \ll k)$

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

номера битов: 76543210

$a = 1001\ 0011$

$k = 3$

$a \gg k = 0001\ 0010$

значение = 0000 0000

Операции с отдельными битами:

- 1 Как получить значение бита с номером k :

`get (a, k): (a >> k) & 1`

- 2 Как установить бит с номером k в единицу:

`set1 (a, k): a ← a | (1 << k)`

- 3 Как установить бит с номером k в ноль:

`set0 (a, k): a ← a & ~(1 << k)`

- 4 Как установить бит с номером k в значение v :

`set (a, k, v): a ← (a & ~(1 << k)) | (v << k)`

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

$$\begin{array}{l} \text{номера битов:} \quad 76543210 \\ a = 10010011 \end{array} \quad k = 3 \quad \begin{array}{l} 1 \ll k = 00001000 \\ a \leftarrow 10011011 \end{array}$$

Операции с отдельными битами:

- ❶ Как получить значение бита с номером k :
`get (a, k): (a >> k) & 1`
- ❷ Как установить бит с номером k в единицу:
`set1 (a, k): a ← a | (1 << k)`
- ❸ Как установить бит с номером k в ноль:
`set0 (a, k): a ← a & ~(1 << k)`
- ❹ Как установить бит с номером k в значение v :
`set (a, k, v): a ← (a & ~(1 << k)) | (v << k)`

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

номера битов: 76543210

$a = 1001\ 0011$

$k = 3$

$\sim(1 \ll k) = 1111\ 0111$

$a \leftarrow 1001\ 0011$

Операции с отдельными битами:

- 1 Как получить значение бита с номером k :
`get (a, k): (a >> k) & 1`
- 2 Как установить бит с номером k в единицу:
`set1 (a, k): a ← a | (1 << k)`
- 3 Как установить бит с номером k в ноль:
`set0 (a, k): a ← a & ∼(1 << k)`
- 4 Как установить бит с номером k в значение v :
`set (a, k, v): a ← (a & ∼(1 << k)) | (v << k)`

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

$$\begin{array}{lcl} \text{номера битов:} & 76543210 & \\ & a = 10010011 & \end{array} \quad k = 3 \quad \begin{array}{l} v \ll k = 0000v000 \\ a \leftarrow 1001v011 \end{array}$$

Операции с отдельными битами:

- 1 Как получить значение бита с номером k :
 $\text{get}(a, k): (a \gg k) \& 1$
- 2 Как установить бит с номером k в единицу:
 $\text{set1}(a, k): a \leftarrow a | (1 \ll k)$
- 3 Как установить бит с номером k в ноль:
 $\text{set0}(a, k): a \leftarrow a \& \sim(1 \ll k)$
- 4 Как установить бит с номером k в значение v :
 $\text{set}(a, k, v): a \leftarrow (a \& \sim(1 \ll k)) | (v \ll k)$

Работа с отдельными битами

Биты нумеруются с нуля, начиная с младшего.

Номер бита равен степени двойки, на которую домножается этот бит.

номера битов: 76543210

$$a = 10010011$$

Операции с отдельными битами:

- 1 Как получить значение бита с номером k :

$$\text{get}(a, k): (a \gg k) \& 1$$

- 2 Как установить бит с номером k в единицу:

$$\text{set1}(a, k): a \leftarrow a \mid (1 \ll k)$$

- 3 Как установить бит с номером k в ноль:

$$\text{set0}(a, k): a \leftarrow a \& \sim(1 \ll k)$$

- 4 Как установить бит с номером k в значение v :

$$\text{set}(a, k, v): a \leftarrow (a \& \sim(1 \ll k)) \mid (v \ll k)$$

Оглавление

- 1 Представление целых чисел
 - Системы счисления
 - Целочисленные типы данных
 - Отрицательные числа
 - Битовые операции
 - Работа с отдельными битами
- 2 Представление вещественных чисел
 - Как хранить вещественное число?
 - Вещественные типы данных
 - Числа с плавающей точкой
 - Специальные значения
 - Примеры

Как хранить вещественное число?

Постановка задачи: требуется хранить вещественные числа и производить с ними вычисления.

Критерии качества:

- Диапазон значений.
- Удобство хранения.
- Удобство арифметических действий.

Как хранить вещественное число?

Постановка задачи: требуется хранить вещественные числа и производить с ними вычисления.

Критерии качества:

- Диапазон значений.
- Удобство хранения.
- Удобство арифметических действий.

Как хранить вещественное число?

Постановка задачи: требуется хранить вещественные числа и производить с ними вычисления.

Критерии качества:

- Диапазон значений: рациональные числа с небольшими числителем и знаменателем.
- Удобство хранения: да.
- Удобство арифметических действий: приведение к общему знаменателю: числитель и знаменатель быстро растут.

Способ 1 — рациональные числа.

Число представляется в виде $\frac{P}{Q}$, где P и Q — целые: $\frac{0}{1}, \frac{5}{3}, \frac{-6}{11}, \dots$

Где применяется: точное решение некоторых математических задач.

Как хранить вещественное число?

Постановка задачи: требуется хранить вещественные числа и производить с ними вычисления.

Критерии качества:

- Диапазон значений: почти любое число хранится приближённо.
- Удобство хранения: да.
- Удобство арифметических действий: как с целыми.

Способ 2 — числа с фиксированной точкой.

Отдельно хранятся целая часть и дробная часть.

Например, $X = A.B = A + \frac{1}{65\,536}B$, где $0 \leq A, B < 65\,536$.

Можно считать, что хранятся целые числа, но их значения при использовании следует делить на 65 536.

Где применяется: METAPOST, библиотека Allegro, Java BigDecimal.

Как хранить вещественное число?

Постановка задачи: требуется хранить вещественные числа и производить с ними вычисления.

Критерии качества:

- Диапазон значений: почти любое число хранится приближённо, можно хранить очень большие и очень маленькие по модулю числа.
- Удобство хранения: да.
- Удобство арифметических действий: почти как с целыми.

Способ 3 — числа с плавающей точкой.

Хранятся первые несколько двоичных знаков числа, а также степень двойки (небольшое положительное или отрицательное число), на которую нужно домножить.

Например, $X = 1.00101_2 \cdot 2^{100}$, $Y = -1 = -1.00000_2 \cdot 2^0$.

Та же конструкция с десятичными числами: $X = 1.23456 \cdot 10^{100}$, $Y = -1 = -1.00000 \cdot 10^0$.

Вещественные типы данных

Отведём место ровно под k первых двоичных цифр, ещё p битов на степень двойки и ещё один бит на знак числа.

Пример — типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Вещественные типы данных

Отведём место ровно под k первых двоичных цифр, ещё p битов на степень двойки и ещё один бит на знак числа.

Пример – типы языка GNU C++ для архитектуры x86.

Тип	Байты	s	p	k	Минимум	Максимум
float	4	1	8	23	$\pm 1.5 \cdot 10^{-45}$	$\pm 3.4 \cdot 10^{+38}$
double	8	1	11	52	$\pm 5.0 \cdot 10^{-324}$	$\pm 1.7 \cdot 10^{+308}$
long double	10	1	15	64	$\pm 3.4 \cdot 10^{-4932}$	$\pm 1.1 \cdot 10^{+4932}$

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа `float` ($E_0 = 127$).

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 1: число

$$1 = (-1)^0 \times 1.0000\dots 00 \times 2^{127-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 1: число

$$1 = (-1)^0 \times 1.0000\dots 00 \times 2^{127-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 1: число

$$1 = (-1)^0 \times 1.0000\dots 00 \times 2^{127-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000
  
```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 1: число

$$1 = (-1)^0 \times 1.0000\dots 00 \times 2^{127-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1111 1000 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 2: число

$$-5.5 = (-1)^1 \times 1.0110\dots 00 \times 2^{129-127}$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
1100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 2: число

$$-5.5 = (-1)^1 \times 1.0110\dots 00 \times 2^{129-127}$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
1100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 2: число

$$-5.5 = (-1)^1 \times 1.0110\dots 00 \times 2^{129-127}$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
1100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 2: число

$$-5.5 = (-1)^1 \times 1.0110\dots 00 \times 2^{129-127}$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
1100 0000 1011 0000 0000 0000 0000 0000

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 3: число

$$\frac{1}{5} = (-1)^0 \times 1.1001100110011001100110011\dots \times 2^{124-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1110 0100 1100 1100 1100 1100 1101

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 3: число

$$\frac{1}{5} = (-1)^0 \times 1.1001100110011001100110011\dots \times 2^{124-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1110 0100 1100 1100 1100 1100 1101

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 3: число

$$\frac{1}{5} = (-1)^0 \times 1.1001100110011001100110011\dots \times 2^{124-127}.$$

```

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
| [-- ---- ] [-- ---- ---- ---- ---- ---- ]
0011 1110 0100 1100 1100 1100 1100 1101

```

Числа с плавающей точкой

Представление числа:

$$X = (-1)^S \times 1.M \times 2^{E-E_0}$$

Значение $E_0 = 2^{p-1} - 1$.

Мы будем рассматривать примеры для типа float ($E_0 = 127$).

Пример 3: число

$$\frac{1}{5} = (-1)^0 \times 1.1001100110011001100110011... \times 2^{124-127}.$$

see eeee emmm mmmm mmmm mmmm mmmm mmmm
 | [-- ----] [-- ---- ---- ---- ---- ----]
 0011 1110 0100 1100 1100 1100 1100 1101

Специальные значения

Кроме чисел, в типе с плавающей точкой могут храниться специальные значения.

Знак	Экспонента	Мантисса	Значение
0	00..00	00..00	+0
0	00..00	00..01 ... 11..11	$+0.m \times 2^{-e_0+1}$
0	00..01 ... 11..10	XX..XX	$+1.m \times 2^{e-e_0}$
0	11..11	00..00	$+\infty$
0	11..11	00..01 ... 01..11	SNaN
0	11..11	10..00 ... 11..11	QNaN
1	00..00	00..00	-0
1	00..00	00..01 ... 11..11	$-0.m \times 2^{-e_0+1}$
1	00..01 ... 11..10	XX..XX	$-1.m \times 2^{e-e_0}$
1	11..11	00..00	$-\infty$
1	11..11	00..01 ... 01..11	SNaN
1	11..11	10..00 ... 11..11	QNaN

Специальные значения

Кроме чисел, в типе с плавающей точкой могут храниться специальные значения.

Знак	Экспонента	Мантисса	Значение
0	00..00	00..00	+0
0	00..00	00..01 ... 11..11	$+0.m \times 2^{-e_0+1}$
0	00..01 ... 11..10	XX..XX	$+1.m \times 2^{e-e_0}$
0	11..11	00..00	$+\infty$
0	11..11	00..01 ... 01..11	SNaN
0	11..11	10..00 ... 11..11	QNaN
1	00..00	00..00	-0
1	00..00	00..01 ... 11..11	$-0.m \times 2^{-e_0+1}$
1	00..01 ... 11..10	XX..XX	$-1.m \times 2^{e-e_0}$
1	11..11	00..00	$-\infty$
1	11..11	00..01 ... 01..11	SNaN
1	11..11	10..00 ... 11..11	QNaN

Примеры

Несколько простых упражнений.

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 1:

```
volatile float a, b;  
a = 0;  
while (1)  
{  
    b = a + 1;  
    if (a == b)  
        break;  
    a = b;  
}  
printf ("%f\n", a);
```

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 1:

```
volatile float a, b;  
a = 0;  
while (1)  
{  
    b = a + 1;  
    if (a == b)  
        break;  
    a = b;  
}  
printf ("%f\n", a);
```

Программа выведет число $16777216.000000 = 2^{24}$.

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 2:

```
volatile float a, b;  
a = 1E10;  
b = 1E10 + 1000;  
while (a < b)  
    a = a + 1;  
printf ("%f\n", a);
```

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 2:

```
volatile float a, b;  
a = 1E10;  
b = 1E10 + 1000;  
while (a < b)  
    a = a + 1;  
printf ("%f\n", a);
```

Это вечный цикл: увеличение a на единицу фактически не происходит.

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 3:

```
volatile float a, b;  
a = 1E10;  
b = 1E10 + 10;  
while (a < b)  
    a = a + 1;  
printf ("%f\n", a);
```

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 3:

```
volatile float a, b;  
a = 1E10;  
b = 1E10 + 10;  
while (a < b)  
    a = a + 1;  
printf ("%f\n", a);
```

Этот цикл не выполнится ни разу, так как $a = b$.
Будет выведено число 10000000000.000000.

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 4:

```
volatile float a, b;  
a = 1;  
a += 1E10;  
a -= 1E10;  
printf ("%f\n", a);
```

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 4:

```
volatile float a, b;  
a = 1;  
a += 1E10;  
a -= 1E10;  
printf ("%f\n", a);
```

После сложения на хранение единицы не хватит разрядов.
Будет выведено число 0.000000.

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 5:

```
volatile float a, b;  
a = 1000;  
a += 1E10;  
a -= 1E10;  
printf ("%f\n", a);
```

Примеры

Несколько простых упражнений.

Пример 5:

```
volatile float a, b;  
a = 1000;  
a += 1E10;  
a -= 1E10;  
printf ("%f\n", a);
```

После сложения не все разряды тысячи удастся сохранить.
Будет выведено число 1024.000000.

Всё.