

1. Как известно, евклидово расстояние между точками p и q в d -мерном пространстве вычисляется по следующей формуле:

$$D(p, q) = \sqrt{\sum_{i=1}^d (p_i - q_i)^2}.$$

Дано целое число d , а затем две последовательности координат, по d чисел в каждой: сначала p_1, p_2, \dots, p_d , а затем q_1, q_2, \dots, q_d . Опишите — любыми средствами — алгоритм, который находит евклидово расстояние между p и q .

2. Числа Фибоначчи определяются так: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ для $n \geq 2$. Решите следующие задачи как можно более эффективно:

2а. Задано целое число n ($1 \leq n \leq 10$). Найдите F_n .

2б. Задано целое число n ($1 \leq n \leq 1000$). Найдите F_n .

2с. Задано целое число n ($1 \leq n \leq 10^9$). Найдите первые девять десятичных цифр числа F_n , а также последние девять его десятичных цифр.

3. Алиса хочет передать Бобу строку s из n двоичных цифр. Пока происходит передача, Ева может успеть поменять одну из цифр на противоположную. Поэтому Алиса и Боб хотят договориться и передать m цифр вместо n . Выясните, каково минимальное значение m и как Алисе и Бобу договориться о передаче, в следующих случаях:

3а. Боб хочет знать, поменяла ли Ева какую-нибудь цифру.

3б. Боб хочет узнать исходную строку s независимо от того, поменяла ли Ева какую-нибудь цифру.

4. Алиса подбросила монетку n раз, записывая последовательность исходов s : «орлу» соответствует запись «0», а «решке» — запись «1». После этого Алиса взяла какие-то k идущих подряд записей и выписала их отдельно как последовательность t . Боб узнал последовательности s и t , и теперь он хочет найти любое место в s , из которого могла быть выписана последовательность t . Помогите Бобу решить задачу как можно более эффективно.

5. Рассмотрим следующую программу на псевдокоде:

```
mult = Matrix a, Matrix b -> Matrix res:
| assert (a.cols == b.rows)
| res := Matrix (a.rows, b.cols)
| for i in [0...a.rows):
| | for j in [0...b.cols):
| | | res[i][j] := 0
| for i in [0...a.rows):
| | for j in [0...b.cols):
| | | for k in [0...a.cols):
| | | | res[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
```

5а. Какую задачу решает эта программа?

5б. Как можно улучшить этот псевдокод?

6. Заданы n точек на координатной плоскости. Рассмотрим расстояния между всеми парами различных точек. Найдите ту пару, для которой это расстояние минимально. Решите задачу как можно более эффективно.